Magistère STIC 2006–2007
Module *Réseaux* Feuille de TP n° 1

Codes de détection et de correction d'erreurs

Exercice 1 (Contrôle de redondance cyclique)
Le but de cette exercice est d'implanter le code de détection d'erreurs « Contrôle de redondance cyclique » (CRC) qui était présenté en cours. La définition correcte du codage est : Si $G(X)$ est le polynôme générateur de dégrée r alors un message $A(X)$ est encodé comme

$$A(X) \cdot X^r + ((A(X) \cdot X^r) \bmod G(X))$$

Par exemple, pour le polynôme générateur

$$G(X) = X^4 + X + 1$$

le message

1101011011

est encodé comme

11010110111110

Écrire en Caml la fonction de codage, et aussi la fonction qui vérifie si un code est correcte.

Exercice 2 (Code de Hamming)
Le *code de Hamming* est un code de correction d'erreur qui permet de corriger une erreur (c.-à-d., un bit erroné).

Étant donné m (la longueur du message à encoder) on choisit la valeur de r (le nombre des bits redondants) comme la plus petite valeur positive telle que $m + r + 1 \leq 2^r$. On encode un message $a_1, \ldots, a_m$ sur $m + r$ bits comme le message $b_1, \ldots, b_{m+r}$ comme suit.

Soit $bin(i, j)$ le i-ème bit de la représentation binaire de j. Dans la suite, si on parle d'une position dans un message il est important qu'on commence à numéroter les positions sur 1 (et pas sur 0).

- Les bits à des positions qui sont sont des puissance de 2 sont des bits de parité. Le i-ème bit de parité p_i se trouve donc à la position 2^i dans le code.
- Les autres bits sont des bits de message, remplis dans l'ordre avec $a_1, a_2, a_3, \ldots$.
- Pour tout i : mettre p_i tel que la parité des bits qui se trouvent à des positions j telles que $bin(i, j) = 1$, est paire.

Exemple : Prenons le message

0110101

On a donc $m = 7$ et $r = 4$. On commence à étaler le message sur $11 = 7 + 4$ bits. Les bits de parité p_i (pour $i = 1, \ldots, 4$) seront déterminés dans la suite :

$$p_1 p_2 0 p_3 110 p_4 101$$

Maintenant, les bits de parité sont déterminés comme suit

Bit de parité	Parité des bits au positions suivantes est paire
p_1	1,3,5,7,9,11
p_2	2,3,6,7,10,11
p_3	4,5,6,7
p_4	8,9,10,11

Cela donne donc l'encodage suivant (les bits de parité sont sous-lignés) :

$$\underline{1}\underline{0}0\underline{0}110\underline{0}101$$

Pour vérifier un code il suffit donc de vérifier que tous les bits de parité sont bonnes.

Question : Étant donné un code avec exactement une erreur, comment peut-on calculer la position du bit erroné ?

Écrire en Caml une fonction de codage selon la méthode de Hamming ; et aussi une fonction qui teste si un code est bon et qui donne la position du bit erroné si un code n'est pas bon.