

Université Paris 7 - Master 1 Informatique - Programmation  
Logique et Programmation logique avec Contraintes  
Examen du 15 janvier 2007 - Durée : 2 heures

**Informations :** Tous les documents reliés sont autorisés. Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié.

**Exercice 1 (3 points)**

Considérez la contrainte  $X \neq 4 \wedge X \neq Y \wedge X = Y + 2$  avec les domaines  $D(X) = [0..5]$  et  $D(Y) = [0..5]$ . Les points suivants sont à faire indépendamment.

- Rendez la contrainte borne-consistante. Détaillez.
- Rendez la contrainte nœud-consistante. Donnez uniquement les nouveaux domaines.
- Rendez la contrainte nœud et arc-consistante. Donnez uniquement les nouveaux domaines.

**Exercice 2 (4 points)**

Considérez le problème suivant :

Minimiser  $X$  par rapport à  $X \geq -2$

Il est évident que la solution de ce problème est  $-2$ .

- Donnez les détails de la résolution de ce problème par la méthode simplex. **Indication :** Pour cela, il faut entre autres mettre le problème en forme simplex, trouver une solution de base, etc.

**Exercice 3 (4 points)** Considérez la contrainte suivante :

$$X - 2 \leq Z \wedge C + 2B \geq 3 \wedge A + B \geq Y \wedge X \geq 2 \wedge -A + 3 \geq Z - Y + 2$$

- Éliminer dans l'ordre les variables  $Z$ ,  $C$ ,  $Y$  et  $X$  de cette contrainte en utilisant l'algorithme de Fourier.
- Donnez un programme en YAP Prolog permettant de vérifier vos calculs.
- L'algorithme de Fourier donné en cours ne peut traiter que des inéquations de la forme  $\leq$  et  $\geq$ . On peut l'étendre pour tenir compte des inéquations strictes  $<$  et  $>$ . Décrivez brièvement cette extension.

**Exercice 4 (4 points)** On considère l'addition suivante :

```
  OLD
+ OLD
+ OLD
-----
  GOOD
```

où chaque lettre représente un chiffre (**pas forcément différent**, compris entre 0 et 9). On souhaite connaître la valeur de chaque lettre, sachant que la première lettre de chaque mot représente un chiffre différent de 0 (donc G et O sont différents de 0). Il suffit de poser une contrainte simple (une équation).

- Donnez un programme en GNU Prolog qui résout ce problème.

- Rendre borne consistante la contrainte simple suffit pour trouver une solution !  
Rendez la contrainte borne consistante. Indication : Commencer à déduire des nouvelles bornes pour G, ensuite pour O, ensuite pour L, ensuite pour O, etc.

### Exercice 5 (5 points)

Une entreprise fabrique trois types de voitures :  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Les coûts de production de ces voitures et le profit obtenu sont différents pour chaque voiture. L'entreprise veut faire le maximum de profit sans violer les contraintes imposées par la direction de l'entreprise. Les coûts et profits sont donnés dans le tableau 1. Le coût de production d'une voiture

Voiture	coût de prod. de $n$ voit.				Profit
	1	2	3	$n > 3$	
A	100	70	50	35	30
B	200	140	65	50	40
C	450	300	200	100	70

TAB. 1 – Coût de production et profit pour chaque type de voiture

n'est pas le même et est plus élevé pour les trois premières voitures produites. Par exemple, fabriquer trois voitures de type  $A$  coûte  $100 + 70 + 50 = 220$  tandis que fabriquer quatre voitures de ce type coûte 255. Le profit par voiture produite est indépendant du nombre de voitures fabriquées et est donné dans le tableau (par exemple avec 4 voitures de type  $B$  on fait un profit de 160).

L'entreprise doit fabriquer au moins une voiture de chaque type et a 2000 à investir dans la production. L'entreprise veut maximiser son profit.

- Écrivez un programme en GNU Prolog (avec contraintes sur un domaine fini) pour résoudre ce problème. Entre autres, vous devez pour cela
  - définir les variables et leur domaines
  - donner les contraintes (On peut utiliser des prédicats auxiliaires)