

**Question 1 : petit capital et barrière absorbante**

On considère le problème suivant : un joueur possédant 1 euro joue contre un casino dont la fortune est supposée infinie. À chaque coup il a une chance sur deux de gagner un euro et une chance sur deux de le perdre. Il s'arrête quand il ne lui reste plus rien. Calculer la fonction génératrice du nombre total de coups qu'il joue. En déduire la probabilité de s'arrêter en  $k$  coups et l'espérance du nombre de coups joués.

**Question 2 : grand capital et barrière absorbante**

Mêmes questions en partant d'un capital de  $N$  euros.

**Question 3 : deux barrières absorbantes**

Raymond joue contre Isabelle. La somme de leurs fortunes vaut  $a$ . Le jeu s'arrête lorsqu'un des deux est ruiné.

**Question 3,1 : qui gagne ?**

On veut calculer les probabilités de victoire  $r_z$  et  $i_z$  de Raymond et d'Isabelle en supposant que Raymond commence avec un capital  $z$ . Donner une formule de récurrence et la résoudre.

**Question 3,2 : combien de temps dure le jeu ?**

Supposons que la durée moyenne d'un jeu  $D_z$  soit finie. Donner une relation de récurrence et la résoudre.

**Question 3,3 : fonction génératrice du nombre de coups de la partie**

Soit  $U_z(s)$  la fonction génératrice du nombre de coups joués avant la ruine d'un des joueurs en supposant que Raymond commence avec un capital  $z$ . Donner une relation de récurrence et la résoudre.

**Question 2 : PPP**

Donner la probabilité qu'une suite de  $n$  tirages aléatoires d'une pièce non biaisée ne contienne pas trois piles successifs.