

27 septembre 2006

## Des économies de ruban

On note  $\text{DTIME}(T(n))$  l'ensemble des langages reconnus par une machine de Turing déterministe (avec éventuellement plusieurs rubans) en temps au plus  $T(n)$ . Comme d'habitude,  $n$  désigne la taille de l'entrée.

### De plusieurs rubans à un seul ruban

1. Rappeler comment on simule une machine de Turing à plusieurs rubans par une machine à un seul ruban.
2. En déduire que si un langage est dans  $\text{DTIME}(T(n))$  alors il peut être reconnu par une machine à un ruban en temps  $O(T(n)^c)$ , où  $c$  est une constante à déterminer.

### Plus vite avec deux rubans

On veut simuler une machine  $M_1$  à plus de deux rubans par une machine  $M_2$  à deux rubans.

1. Lire et comprendre la simulation qui est décrite pages 292 et 293 du livre *Introduction to automata theory, languages et computation* de John Hopcroft et Jeffrey Ullman. En partant de la figure 12.3, dessinez la figure 12.4.
2. Donnez une borne supérieure sur le temps nécessaire à  $M_2$  pour réaliser une  $B_i$ -opération.
3. Donnez une borne inférieure sur le nombre de mouvements que  $M_1$  doit effectuer (depuis le début du calcul) avant que  $M_2$  n'ait besoin d'effectuer une  $B_i$ -opération.
4. Donnez une borne inférieure sur le nombre de mouvements de  $M_1$  entre deux  $B_i$ -opérations.
5. En déduire que si le langage  $L$  est accepté par  $M_1$  en temps  $T(n)$ , il est accepté par  $M_2$  en temps  $O(T(n) \log T(n))$ .

Remarque: dans l'énoncé du Théorème 12.6 il n'y a pas de  $O$  à cause du théorème de *linear speed up* (accélération linéaire) : voir la suite du cours!