

Logique – TD n°4

Début du λ -calcul

Exercice 1 : Les connecteurs en déduction naturelle classique

Exprimer ce que pourraient être le "et" et le "ou" en utilisant seulement la flèche et l'absurde. Montrer qu'ils sont équivalents au \wedge et au \vee .

Rappels de cours : λ -calcul

Les λ -termes sont définis par la grammaire algébrique :

$$M, N ::= x \mid \lambda x.M \mid MN \quad x \in \mathcal{V}$$

L'opération de β -réduction est définie inductivement sur les λ -termes à partir de la règle :

$$(\lambda x.M)N \xrightarrow{\beta} M[x:=N]$$

Exercice 2 : Les booléens en λ -calcul

On pose $T = \lambda x.\lambda y.x$ et $F = \lambda x.\lambda y.y$.

On dit qu'un λ -terme est *booléen* s'il se β -réduit à T ou à F .

1°) Vérifier que $T \xrightarrow{\beta} F$

2°) Soit B un λ -terme booléen, et M, N deux λ -termes quelconques. Que représente BMN ?

3°) Trouvez des termes représentant des opérations booléennes usuelles $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow$.