

Logique – TD n°6

λ -calcul – types simples

Rappels de cours : *Types simples*

Les types simples sont définis ainsi, étant donné un ensemble \mathcal{V} de variables de type :

$$\sigma, \tau ::= \alpha \mid \sigma \rightarrow \tau \quad (\alpha \in \mathcal{V})$$

Les règles d'inférence de type sont :

$$\frac{}{\Gamma, x : \sigma \vdash x : \sigma} \text{ (var)} \quad \frac{\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x.M : \sigma \rightarrow \tau} \text{ (abs)} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash MN : \tau} \text{ (app)}$$

On rappelle la définition de certains termes spéciaux :

$$K = \lambda x.\lambda y.x \quad S = \lambda x.\lambda y.\lambda z.xz(yz) \quad I = \lambda x.x \quad T = \lambda x.\lambda y.x \quad F = \lambda x.\lambda y.y.$$

Exercice 1 : *Types simples*

1°) typer I .

2°) typer SKK (Conseil : commencer par typer K et S).

3°) Vérifier que $SKK \xrightarrow{\beta} I$. Selon vous, que fait la β -réduction aux démonstrations ?

4°) Trouver un λ -terme de type $\mathbf{B} : (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\gamma \rightarrow \alpha) \rightarrow \gamma \rightarrow \beta$.

5°) typer $\lambda x.\lambda y.\lambda z.\lambda w.x(yw)w(zw)$.