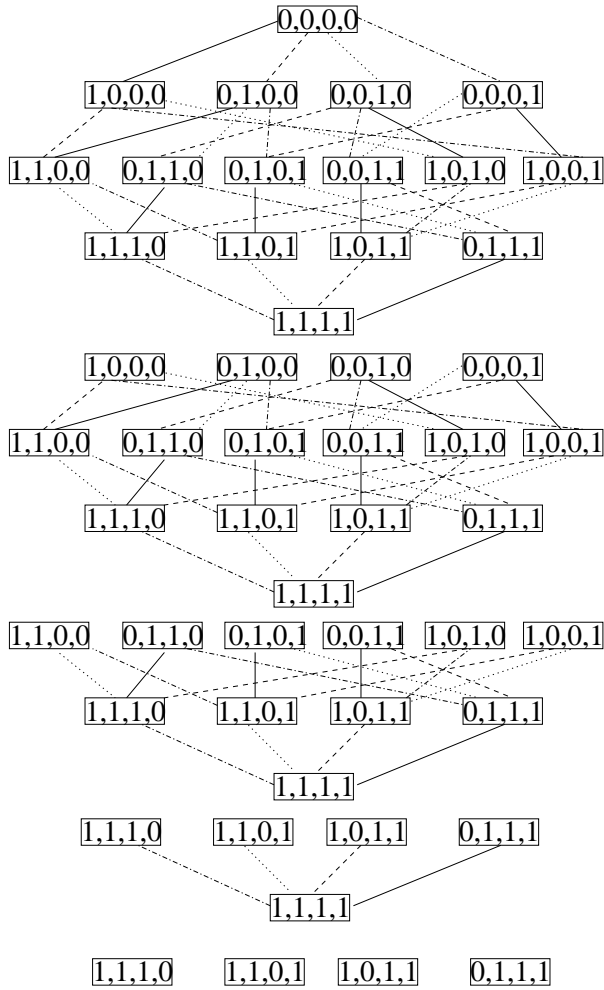


Corrigé du TD de logique n°12

Logique épistémique

Exercice 1 : Les femmes de Bagdad



Exercice 2 : Tu sais ou tu sais pas ?

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\varphi \wedge \psi \rightarrow \varphi}{\mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi \rightarrow \varphi)}}{C+dist}}{\mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi}}{\frac{\overline{\varphi \wedge \psi \rightarrow \varphi}}{\mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi \rightarrow \varphi)}}^{cl}}{MP} \frac{\overline{\mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi}}{MP} \frac{Idem}{\mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\psi}}{And3} \mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi \wedge \mathbb{K}_i\psi$$

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\mathbb{K}_i(\varphi \rightarrow \psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)}{gen, Cl}}{\mathbb{K}_i(\varphi \rightarrow \psi \rightarrow \varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)}}{C, Dist}}{MP} \frac{\frac{\frac{\overline{\mathbb{K}_i(\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi)}}{C, Dist}}{(\mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\psi \rightarrow \varphi \wedge \psi)) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi)}}{Simpl}}{MP} \frac{\frac{\mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi)}{\mathbb{K}_i\varphi \wedge \mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \wedge \psi)}}{Dbl, Cut^2, Cl^2}}{MP}$$

Faux

$$\frac{\frac{\overline{\mathbb{K}_i(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi)}}{\mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)} \text{ Gen, Cl} \quad \frac{\overline{\mathbb{K}_i(\varphi \rightarrow \varphi \vee \psi) \rightarrow \mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)}}{\mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)} \text{ C, dist}}{\mathbb{K}_i\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)} \text{ MP} \quad \frac{\text{Idem}}{\mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)} \text{ Or3}}{\mathbb{K}_i\varphi \vee \mathbb{K}_i\psi \rightarrow \mathbb{K}_i(\varphi \vee \psi)} \text{ Or3}$$

Exercice 3 : Britain's Plain English Campaign (www.plainenglish.co.uk) $\exists\varphi\mathbb{K}_{we}\mathbb{K}_{we}\varphi \wedge \exists\varphi\mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}\varphi \wedge \exists\varphi\neg\mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}\varphi$ Notons T le vrai (par exemple $a \rightarrow a$).

$$\frac{\overline{T} \text{ Cl}}{\mathbb{K}_{we}T} \text{ Gen} \quad \frac{\overline{\neg\mathbb{K}_{we}\perp = \mathbb{K}_{we}\perp \rightarrow \perp}}{\mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}\perp} \text{ Conn} \quad \frac{\overline{\mathbb{K}_{we}T}}{\mathbb{K}_{we}\mathbb{K}_{we}T} \text{ Gen} \quad \frac{\overline{\mathbb{K}_{we}T \rightarrow (\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp) \rightarrow \perp}}{\neg\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp = (\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp) \rightarrow \perp} \text{ Gen}$$

$$\frac{\overline{\mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \neg\mathbb{K}_{we}T} \text{ Conn} \quad \frac{\overline{\mathbb{K}_{we}T} \text{ Gen} \quad \overline{\mathbb{K}_{we}T \rightarrow (\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp) \rightarrow \perp} \text{ Cl}}{\neg\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp = (\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp) \rightarrow \perp} \text{ MP}}{\neg\mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}T = \mathbb{K}_{we}\neg\mathbb{K}_{we}T \rightarrow \perp} \text{ Cut}$$

Exercice 4 : Logique déontique

$$\frac{\overline{\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i\mathbb{K}_i\neg\varphi} \text{ I+} \quad \overline{\mathbb{K}_i\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \text{ MP, C, Distr, Cl}}{\overline{\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \rightarrow \mathbb{K}_i\neg\varphi} \text{ Cut} \quad \frac{\overline{\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \rightarrow \mathbb{K}_i\neg\varphi}{\mathbb{B}_i\mathbb{B}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{B}_i\neg\varphi} \text{ Contrap, Cl} =$$

$$\frac{\overline{\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi} \text{ I-} \quad \overline{\mathbb{K}_i\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \text{ MP, C, Distr, Cl}}{\overline{\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \rightarrow \mathbb{K}_i\neg\varphi} \text{ Cut} \quad \frac{\overline{\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \mathbb{K}_i(\neg\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi)} \rightarrow \mathbb{K}_i\neg\varphi}{\mathbb{B}_i\neg\mathbb{B}_i\neg\varphi \rightarrow \neg\mathbb{B}_i\neg\varphi} \text{ Contrap, Cl} =$$

$$\frac{\overline{\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \neg\varphi} \text{ connai}}{\overline{\neg\neg\mathbb{K}_i\neg\varphi \rightarrow \neg\varphi}} \text{ Cut, Cl} = \overline{\neg\mathbb{B}_i\neg\varphi \rightarrow \neg\varphi}$$