

---

**TD02 - Automates forcis**


---

**Exercice 1.**

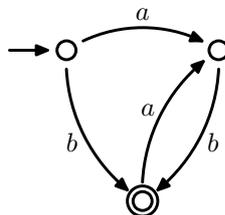
Donner des automates finis reconnaissant les langages définis par les expressions rationnelles suivantes.

1.  $a^*b^*$
2.  $(a \cup b)aab(a \cup b)^*$
3.  $(b \cup \epsilon)((a \cup ab)^* \cup (bb)^*)^*$
4.  $b((aab \cup b)^*a(aa)^*)^*b^*$

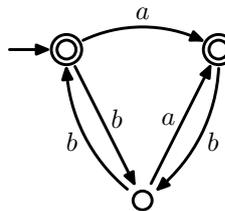
**Exercice 2.**

Donner des expressions rationnelles définissant les langages reconnus par les automates suivants.

1.



2.

**Exercice 3.***Longueur et périodicité*

Un ensemble d'entiers est linéaire s'il est de la forme  $\{c + ip \mid i \in \mathbb{N}\}$ . Un ensemble est semi-linéaire s'il est réunion finie d'ensembles linéaires.

1. Soit  $L \subseteq a^*$  un langage rationnel, montrer que  $\{i \mid a^i \in L\}$  est semi-linéaire.
2. En déduire que pour tout langage  $L$  rationnel, l'ensemble  $\lambda(L) = \{|w| \mid w \in L\}$  est semi-linéaire.

**Exercice 4.***Résiduels*

Soit  $L$  un langage sur un alphabet  $A$ , et soit  $u$  un mot sur  $A$ . On appelle résiduel à gauche de  $L$  par rapport à  $u$ , et on note  $u^{-1}L$  l'ensemble des mots  $v$  sur  $A$  tels que  $uv \in L$ .

1. Calculer le résiduel de  $L$  par rapport à tout mot  $u$  sur  $A = \{a, b\}$  dans les exemples suivants :
  - $L = a^*b^*$
  - $L' = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
2. Si  $x$  est une lettre de  $A$ , que valent  $x^{-1}(L \cup L')$ ,  $x^{-1}(LL')$  et  $x^{-1}L^*$  ?