Examen du cours algorithmique des réseaux : réseaux ad hoc

Philippe Jacquet et Laurent Viennot

14 décembre 2004

1 CDSR : un protocole de routage par CDS

Cet exercice vise à construire un protocole de routage ad hoc sur la base d'un ensemble dominant connexe (CDS). Nous appellerons CDSR ce protocole spécialement inventé pour l'occasion. On suppose que les nœuds du réseau s'échangent des messages Hello de sorte que chaque nœud u connaît sa liste de voisins $N(u)$. Certains nœuds s'élisent comme membre d'un CDS. L'algorithme d'élection n'est pas spécifié, on sait juste qu'il permet aux membres du CDS de voir leur voisinage à deux sauts (ils connaissent les voisins de chacun de leur voisin).

Lors d'une diffusion, seuls les nœuds du CDS retransmettent le message. On supposera le CDS connexe et dominant de sorte que tout nœud du réseau recevra bien un message diffusé ainsi.

Le protocole proposé ici consiste à diffuser régulièrement des informations de topologie par le CDS. De plus, seuls les membres du CDS sont sources de messages de diffusion de topologie. Chaque nœud devra construire ses tables de routage à partir de ces messages et de la liste de ses voisins.

Question 1 On suppose tout d'abord que chaque membre du CDS diffuse son voisinage. Montrer que chaque nœud peut alors construire une table de routage valide. Cependant, les routes ainsi construites peuvent être loin de l'optimal. Dessiner un exemple de topologie où les nœuds risquent d'utiliser une route sous-optimale (un exemple assez générique pour montrer qu'on peut obtenir des routes très loin de l'optimal sera grandement apprécié).

Question 2 On suppose maintenant que chaque membre du CDS diffuse de plus son voisinage à deux sauts en spécifiant pour chaque voisin la liste de ses voisins. Montrer que chaque nœud peut alors construire des routes optimales.

Proposer un mécanisme d'optimisation simple pour que la quantité d'information diffusée dans le réseau sur une période donnée soit au plus proportionnelle au nombre M de liens dans le réseau.

Question 3 On veut encore diminuer la taille de la topologie diffusée. Pour cela, pour chacun de ses voisins v, un membre du CDS ne diffusera qu'un sous ensemble de $N(v)$ fixé par v dans ses messages Hello. On note $SN(v)$ l'ensemble des nœuds connectés à v dans la topologie diffusée. Montrer que pour que tout nœud puisse obtenir des routes optimales vers v, $SN(v)$ doit forcément être un ensemble de relais multipoints pour v, c'est-à-dire un ensemble de voisins tel que tout nœud à deux sauts de v est voisin d'un relais multipoint. On suppose dans la suite que chaque nœud v calcule un ensemble de relais multipoints.

Question 4 Cette dernière question vise à estimer le nombre moyen de relais multipoints d'un nœud dans un modèle de réseau géométrique dont la densité devient forte. Ainsi, on prend l'hypothèse d'une densité de point ν par mètre carré. La couverture d'un nœud est le disque de rayon R mètres. Donc le voisinage moyen contient $M = \nu\pi R^2$ nœuds. On remarque que le voisinage à deux sauts d'un nœud O est inclus dans la couronne $\mathcal{D}$ centrée sur le point O entre les rayons R et $2R$.

Indice géométrique : Étant donné un cône $\mathcal{C}$ de sommet O et d'angle θ dont les bords coupent le cercle de rayon R en A et B ($OA = OB = R$ et $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \theta$), on donne l'approximation suivante de la surface $S(\theta)$ non couverte par les disques-voisinages de A et B dans $\mathcal{C} \cap \mathcal{D}$:

$$\frac{S(\theta)}{R^2} \approx \frac{\theta^3}{6}$$

On suppose que la densité est assez grande pour pouvoir trouver n relais $A_1, A_2, \dots A_n$ ($n >> 3$) également répartis sur le bord du disque-voisinage de O. Estimer la moyenne du nombre $b(n)$ de nœuds dans $\mathcal{D}$ non couverts par les relais $A_1, A_2, \dots, A_n$. Montrer qu'il est alors possible de construire un ensemble de relais multipoints pour O de taille au plus $n + b(n)$. En déduire, en fonction de M, une borne supérieure du nombre moyen de relais multipoints d'un noeud.

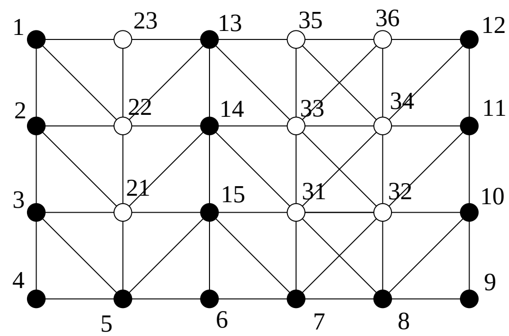

Figure 1: Un réseau avec une structure de grille augmentée de quelques liens. Les nœuds en noir font partie du CDS. (La numérotation des nœuds est choisie de sorte que l'algorithme de Wu et Li généralisé élise ce CDS.) Un réseau similaire peut être construit sur une grille $6 \times h$ de hauteur quelconque.

Correction

1 CDSR : un protocole de routage par CDS

La correction de cette partie est augmentée de quelques ajouts non inclus dans l'énoncé par souci de brièveté.

Question 1 La topologie diffusée par les membres du CDS suffit à construire des routes : tous les nœuds du réseau sont connectés par cette topologie puisque chaque nœud est dans le CDS ou voisin d'un membre du CDS et le CDS est connexe. Dans le réseau de la figure 1, la route de 13 à 12 sera proportionnelle à la hauteur de la grille (si 13 n'utilise que son voisinage et non son voisinage à deux sauts). Même en utilisant son voisinage à deux sauts, 1 aura le même problème pour router vers 12.

Question 2 Comme chaque nœud du réseau est voisin d'au moins un membre du CDS, sa liste de voisins est ainsi diffusée dans tout le réseau. La topologie entière du réseau est donc diffusée et connue de tous. Les routes calculées sont donc optimales.

Pour éviter que tous les membres du CDS voisins d'un nœud u ne diffusent tous le voisinage de u, u peut désigner l'un d'entre eux comme étant en charge de diffuser son voisinage. Cette information de désignation ainsi que l'appartenance au CDS peut être incluse dans les messages Hello à moindre frais.

Remarque Si on suppose de plus que le CDS est construit par l'algorithme de Wu et Li généralisé défini ainsi :

- un nœud u s'élimine du CDS s'il constate que ses voisins $v_1, \dots, v_k$ d'identifiant plus petit que le sien forment une partie connexe qui couvre son voisinage ($N(u)$ inclus dans $N(v_1) \cup \dots \cup N(v_k)$),

cet échange peut être évité : un membre du CDS ne diffuse que le voisinage des nœuds dont il est le voisin de plus petit identifiant. (Il faut noter que le voisin de plus petit identifiant de tout nœud u ne peut s'éliminer du CDS et fera donc forcément partie.)

Question 3 Soit w un voisin à deux sauts de v. Pour qu'il puisse router en deux sauts vers v, il faut qu'un lien entre v et un sommet r de $N(w)$ soit diffusé par le CDS. w est donc couvert par $r \in SN(v)$. $SN(v)$ est donc un ensemble de relais multipoints. Une heuristique pour ne pas diffuser deux fois le même lien consiste à systématiquement inclure les membre du CDS voisins de v dans $SN(v)$ et compléter $SN(v)$ pour obtenir un ensemble de relais multipoints.

Question subsidiaire Que pourrait-t'on dire de $SN(v)$ si chaque nœud utilisait la connaissance de son voisinage à deux sauts en plus de la liste de ses voisins pour construire sa table de routage ?

Si w est un voisin à deux sauts de v, il peut trouver dans son voisinage un nœud r voisin de v en remarquant que v appartient à $N(r)$. Par contre, pour qu'un nœud w' à trois sauts de v puisse router vers v, $SN(v)$ doit contenir un nœud r' à deux sauts de w'. $SN(v)$ doit donc être un ensemble de voisins de v tel que tout nœud à trois sauts de v est à deux sauts d'un des membres de $SN(v)$. Si un ensemble de relais multipoints convient pour cela, il paraît difficile d'optimiser plus avant sans connaissance du voisinage à trois sauts de v.

Une heuristique consisterait pour chaque relai multipoint r de v à s'éliminer de $SN(v)$ s'il n'a aucun voisin à 2 sauts w non voisin à 1 ou 2 sauts de v où si pour chaque tel w il existe un relai multipoint r' de v voisin à 2 sauts de w et d'identifiant plus grand que celui de r. (r ne peut avoir connaissance de r' que s'il en voisin lui même où si un voisin s de r est voisin de r' et w.)

Question 4 $\frac{S(\theta)}{R^2} = \theta - \sin\theta = \theta^3/6 + O(\theta^5)$.

$b(n) = \nu n S(\frac{2\pi}{n})$.

Pour compléter $A_1, A_2, \dots, A_n$ en un ensemble de relais multipoints couvrant tout le voisinage à deux sauts de O, il suffit de rajouter pour chaque voisin à deux sauts non couvert un voisin de O le couvrant. L'ensemble obtenu contient donc au plus $n + b(n)$ relais.

En dérivant l'approximation $n + b(n) \approx n + \frac{4\pi^2 M}{3n^2}$ par n, le minimum est $3(\frac{8}{3}\pi^2 M)^{1/3}$ atteint pour $n = (\frac{8}{3}\pi^2 M)^{1/3}$.