Réseaux d'interconnexion

1 Tores, hypercubes et arbres binaires

▷ **Question 1** *Quelles différences peut-on trouver entre un hypercube de dimension* 6 *et un tore 3D de taille* $4 \times 4 \times 4$ *?*

▷ **Question 2** *Peut-on plonger un arbre binaire complet à* $2^n - 1$ *sommets dans une grille 2D de taille* $r \times r$ *à déterminer ?*

2 Cycles connectés en cube

Un réseau $CCC(m)$ est obtenu en remplaçant chaque processeur d'un hypercube de dimension m par un anneau de m processeurs, et en connectant chaque processeur de l'anneau dans une dimension de l'hypercube (voir figure 1).

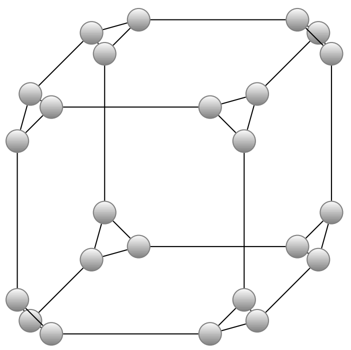

Fig. 1 – Cube connecté en cycle de taille 3.

▷ **Question 3** *Quel est le nombre de processeurs de* $CCC(m)$ *? Donner une définition formelle de* $CCC(m)$ *et une majoration simple de son diamètre.*

▷ **Question 4** *Montrer que le diamètre de* $CCC(m)$ *est exactement* $D = 2m - 2 + \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ *si* $m > 3$*, et est égal à* 6 *si* $m = 3$.

3 Transposition d'une matrice

On veut concevoir un algorithme parallèle pour la transposition d'une matrice $n \times n$. On suppose la matrice stockée de manière distribuée dans les processeurs. On supposera que les différents liens de communication sont bidirectionnels et peuvent être utilisés de manière simultanée.

▷ **Question 5** *Proposer une solution sur un anneau de* p *processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est monodimensionnelle).*

▷ **Question 6** *Proposer une solution sur une grille torique de $p = q \times q$ processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est bidimensionnelle).*

▷ **Question 7** *Proposer une solution sur un hypercube de $p = 2^{2k}$ processeurs et donner sa complexité (on suppose que la distribution est bidimensionnelle).*

4 REM

Un Réseau Échange-Mélange (REM) avec $p = 2^r$ processeurs est défini comme suit :
(i) numéroter les processeurs de 0 à $p-1$ et les écrire en binaire sur r bits :

$$q = b_{r-1}b_{r-2}\dots b_2b_1b_0 \text{ avec } b_i \in \{0,1\} \text{ pour } 0 \leq i \leq r-1$$

(ii) pour $q = b_{r-1}b_{r-2}\dots b_2b_1b_0$, définir :

$$\begin{array}{rcl} rot(q) & = & b_0b_{r-1}b_{r-2}\dots b_2b_1 \\ exch(q) & = & b_{r-1}b_{r-2}\dots b_2b_1(1-b_0) \end{array}$$

(iii) pour tout q, $0 \leq q \leq p-1$, relier q à $rot(q)$ et à $exch(q)$ par des arcs orientés.

▷ **Question 8** *Dessiner un REM à 2^4 processeurs (en regroupant les nœuds par paires, puis par motif).*

▷ **Question 9** *Proposer un algorithme de routage d'un processeur à un autre dans un REM. Quel est le diamètre d'un REM à 2^r processeurs ?*