DEA Algorithmique 2000/01

Introduction à la complexité

TD 5

1. Montrer que le problème de minimalité d'un automate déterministe (de mots finis) est NSPACE($\log(n)$) complet.

2. Le problème QSAT (quantified satisfiability, TQBF) a comme entrée une formule boolénne quantifiée F de la forme

$$Q_1 x_1 \; q_2 x_2 \; \cdots Q_n x_n \; \phi$$

$Q_i \in \{\exists, \forall\}$, ϕ est une expression booléenne où $\{x_1, \ldots, x_n\}$ sont les variables libres. On demande si F est vraie.

Montrer que QSAT est un problème PSPACE complet.

3. Soit $\mathcal{C}$ une classe de complexité. On définit la classe BP $\cdot\mathcal{C}$ par $L \in \text{BP} \cdot \mathcal{C}$ s'il existe un langage $K \in \mathcal{C}$ et un polynôme p t.q. :

$$x \in L \;\Rightarrow\; \Pr_{|y| \leq p(|x|)}(< x, y > \in K) \geq 3/4$$
$$x \notin L \;\Rightarrow\; \Pr_{|y| \leq p(|x|)}(< x, y > \in K) \leq 1/4$$

(Les mots y sont choisi uniformément, de longueur au plus $p(|x|)$.)

   (a) Montrer que BPP coincide avec BP $\cdot$ **P**.

   (b) Montrer que BP $\cdot$ **PSPACE** = **PSPACE**.

   (c) Montrer que dans la définition de BP $\cdot\,\mathcal{C}$ avec $\mathcal{C} \in \{\mathbf{P}, \mathbf{NP}\}$, la constante $\alpha = 1/4$ peut être remplacée par $\alpha = 2^{-q(x)}$, pour tout polynôme q.